# Getallen en vectoren

Alexander Ly

Psychological Methods
University of Amsterdam

15 September 2014

# Overview

# Overview

# Overview

# Overview

# Overview

# Overview

# Overview

# Vector notatie

Kolom vectoren in kolom notatie

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Kolom vectoren in rij notatie

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad \boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_n] \qquad \underline{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$$

Waarbij $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ of $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$. In de les $n = 2$, dus twee-dimensionale vectoren.

# Vector notatie

Voorbeeld voor $n = 2$

$$\vec{x} = (-1, 3.8) \qquad \boldsymbol{x} = [-1, 3.8]$$

Kolom vectoren in kolom notatie

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3.8 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3.8 \end{bmatrix}$$

Waarbij $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ of $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$. In de les $n = 2$, dus twee dimensionale vectoren.

# Transponeren: Van kolom naar rij

Met $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ bedoelen we een kolom vector met dimensie $n$, dan is $\vec{x}^T$ of $\vec{x}'$ een rij vector

$$\vec{x}' = \vec{x}^T = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^T = [x_1 \quad x_2 \ldots \quad x_n]$$

# Voorbeeld

Met $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$ bedoelen we een twee-dimensionale kolom vector, dan is $\vec{x}^T$ of $\vec{x}'$ een rij vector

$$\vec{x}' = \vec{x}^T = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 3.8 \end{array} \right]^T = [-1 \quad 3.8]$$

Rij vectoren zijn moeilijk te lezen, daarom gebruiken we meestal kolom vectoren.

# Overview

# Getallen en vectoren

We kunnen rekenen met getallen en vectoren nemen de rol van getallen over. Voor getallen $a, b, c \in \mathbb{R}$ kunnen we optellen:

- Identiteit: $a = 0 + a$ en $a = 0 + a$
- Commutatief: $a + b = a + b$
- Het maakt niet uit in welke volgorde we optellen
- Associativiteit: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Optellen van links naar rechts of rechts naar links is gelijk aan elkaar. (Haakjes zijn overbodig)
- Inverse: Voor elke $a \in \mathbb{R}$ bestaat er een $b \in \mathbb{R}$ zodanig dat $a + b = 0$. Deze $b$ noemen we dan $b = -a$
- Distributief: Voor elke $a, b, c \in \mathbb{R}$ hebben we $a(b + c) = ab + ac$

# Getallen en vectoren

We kunnen rekenen met getallen en vectoren nemen de rol van getallen over. Voor getallen $a, b, c \in \mathbb{R}$ kunnen we optellen:

- Identiteit: $a = 0 + a$ en $a = 0 + a$
- Commutatief: $a + b = a + b$
- Het maakt niet uit in welke volgorde we optellen
- Associativiteit: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Optellen van links naar rechts of rechts naar links is gelijk aan elkaar. (Haakjes zijn overbodig)
- Inverse: Voor elke $a \in \mathbb{R}$ bestaat er een $b \in \mathbb{R}$ zodanig dat $a + b = 0$. Deze $b$ noemen we dan $b = -a$
- Distributief: Voor elke $a, b, c \in \mathbb{R}$ hebben we $a(b + c) = ab + ac$

# Getallen en vectoren

We kunnen rekenen met getallen en vectoren nemen de rol van getallen over. Voor getallen $a, b, c \in \mathbb{R}$ kunnen we optellen:

- Identiteit: $a = 0 + a$ en $a = 0 + a$
- Commutatief: $a + b = a + b$
- Het maakt niet uit in welke volgorde we optellen
- Associativiteit: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Optellen van links naar rechts of rechts naar links is gelijk aan elkaar. (Haakjes zijn overbodig)
- Inverse: Voor elke $a \in \mathbb{R}$ bestaat er een $b \in \mathbb{R}$ zodanig dat $a + b = 0$. Deze $b$ noemen we dan $b = -a$
- Distributief: Voor elke $a, b, c \in \mathbb{R}$ hebben we $a(b + c) = ab + ac$

# Getallen en vectoren

We kunnen rekenen met getallen en vectoren nemen de rol van getallen over. Voor getallen $a, b, c \in \mathbb{R}$ kunnen we optellen:

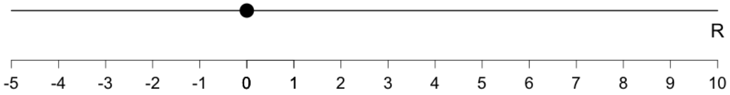
- Identiteit: $a = 0 + a$ en $a = 0 + a$
- Commutatief: $a + b = a + b$
- Het maakt niet uit in welke volgorde we optellen
- Associativiteit: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Optellen van links naar rechts of rechts naar links is gelijk aan elkaar. (Haakjes zijn overbodig)
- Inverse: Voor elke $a \in \mathbb{R}$ bestaat er een $b \in \mathbb{R}$ zodanig dat $a + b = 0$. Deze $b$ noemen we dan $b = -a$
- Distributief: Voor elke $a, b, c \in \mathbb{R}$ hebben we $a(b + c) = ab + ac$

# Getallen en vectoren

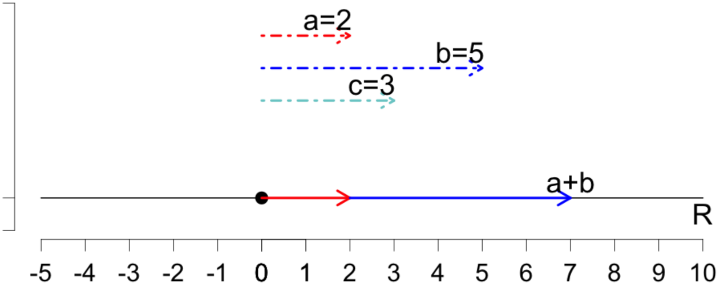
We kunnen rekenen met getallen en vectoren nemen de rol van getallen over. Voor getallen $a, b, c \in \mathbb{R}$ kunnen we optellen:

- Identiteit: $a = 0 + a$ en $a = 0 + a$
- Commutatief: $a + b = a + b$
- Het maakt niet uit in welke volgorde we optellen
- Associativiteit: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Optellen van links naar rechts of rechts naar links is gelijk aan elkaar. (Haakjes zijn overbodig)
- Inverse: Voor elke $a \in \mathbb{R}$ bestaat er een $b \in \mathbb{R}$ zodanig dat $a + b = 0$. Deze $b$ noemen we dan $b = -a$
- Distributief: Voor elke $a, b, c \in \mathbb{R}$ hebben we $a(b + c) = ab + ac$

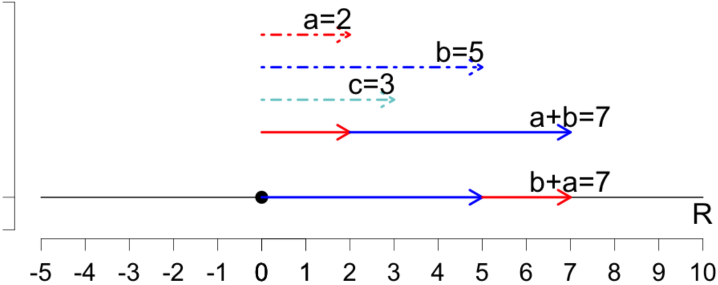
# Nulelement: Op deze lijn leven getallen



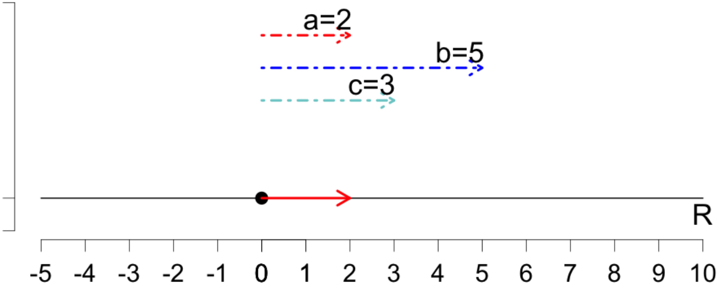
# Optellen: Pijltjes aan elkaar plakken



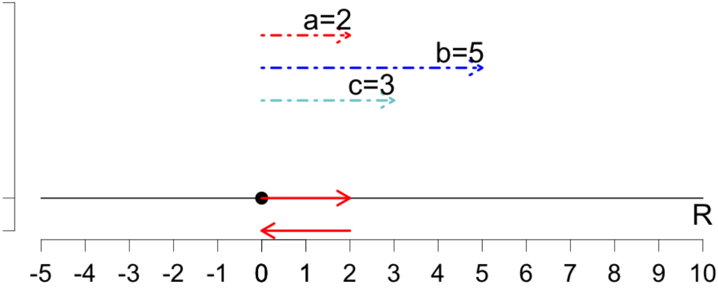
# Commutatief: Volgorde van plakken is irrelevant



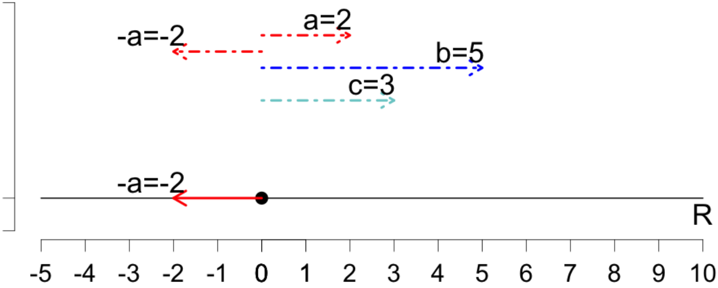
# Inverse: We definieerden aftrekken als de inverse van optellen



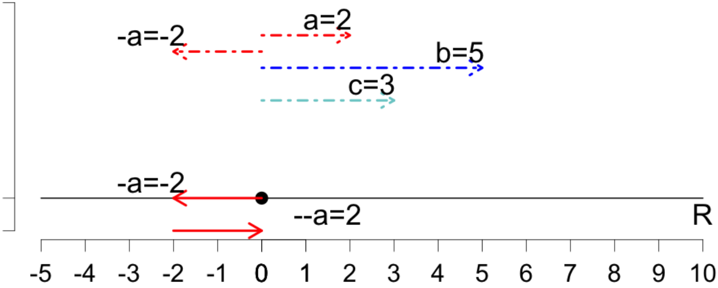
# Inverse: We definieerden aftrekken als de inverse van optellen



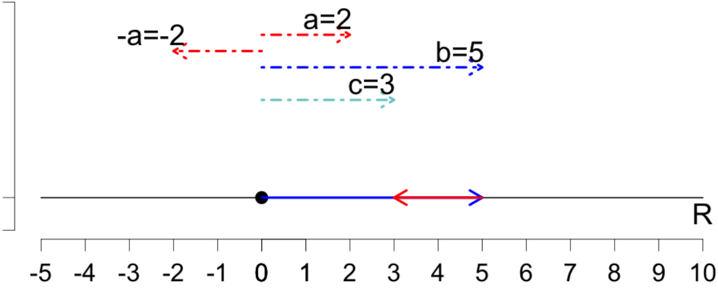
# Inverse: Als gevolg van deze definitie kregen we $--a=a$



# Inverse: Als gevolg van deze definitie kregen we $--a=a$



# Inverse: Dus $b - a = b + (-a)$



# Getallen en vectoren

We kunnen rekenen met getallen en vectoren nemen de rol van getallen over. Voor *vectoren* $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^n$ kunnen we optellen:

- Identiteit: $\vec{x} = 0 + \vec{x}$ en $\vec{x} = 0 + \vec{x}$
- Commutatief: $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$
- Het maakt niet uit in welke volgorde we optellen
- Inverse: Voor elke $\vec{x} \in \mathbb{R}$ bestaat er een $\vec{y} \in \mathbb{R}$ zodanig dat $\vec{x} + \vec{y} = 0$. Deze $\vec{y} = -\vec{x}$
- Associativiteit: $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$
- Optellen van links naar rechts of rechts naar links is gelijk aan elkaar.
- Distributief: $a(\vec{x} + \vec{y}) = a\vec{x} + a\vec{y}$, waarbij $a \in \mathbb{R}$ een scalair (een getal) is.

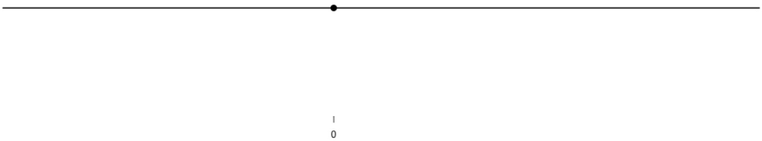
# Getallen en vectoren

We kunnen rekenen met getallen en vectoren nemen de rol van getallen over. Voor *vectoren* $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^n$ kunnen we optellen:

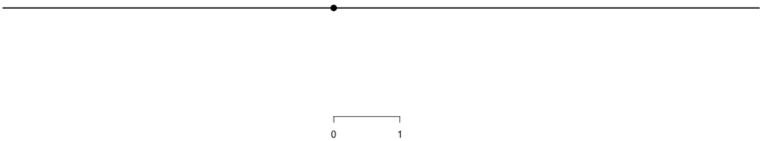
- Identiteit: $\vec{x} = 0 + \vec{x}$ en $\vec{x} = 0 + \vec{x}$
- Commutatief: $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$
- Het maakt niet uit in welke volgorde we optellen
- Inverse: Voor elke $\vec{x} \in \mathbb{R}$ bestaat er een $\vec{y} \in \mathbb{R}$ zodanig dat $\vec{x} + \vec{y} = 0$. Deze $\vec{y} = -\vec{x}$
- Associativiteit: $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$
- Optellen van links naar rechts of rechts naar links is gelijk aan elkaar.
- Distributief: $a(\vec{x} + \vec{y}) = a\vec{x} + a\vec{y}$, waarbij $a \in \mathbb{R}$ een scalair (een getal) is.

# Overview

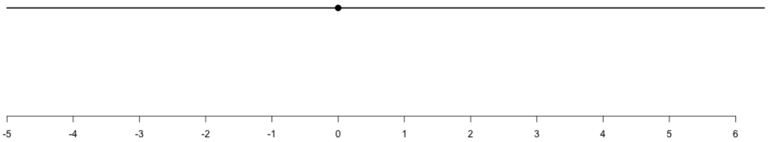
# Het vlak is een uitbreiding van de lijn



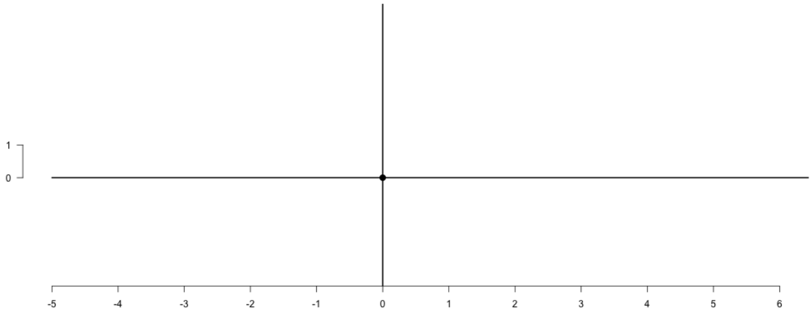
# Eenheid op de lijn



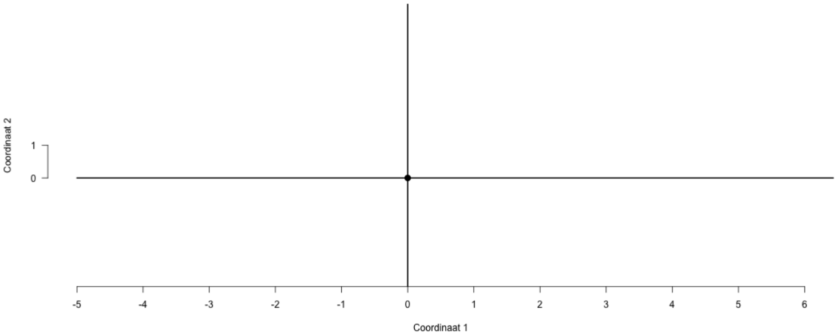
# De lijn



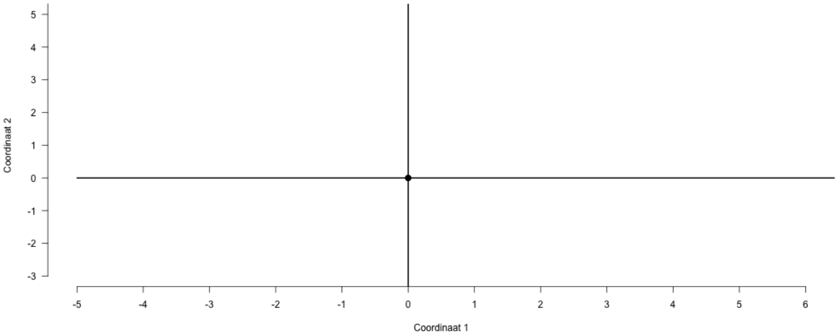
# De uitbreiding via nul



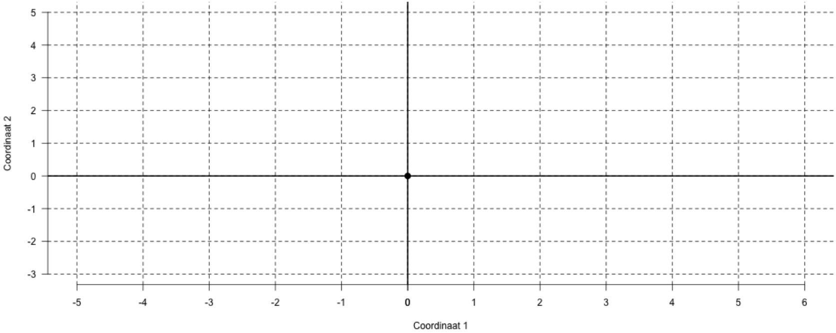
# Naamgeving van de twee assen



# Het vlak

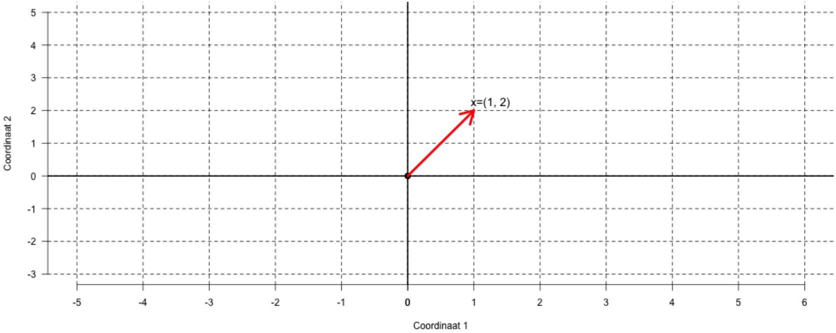


# Grid

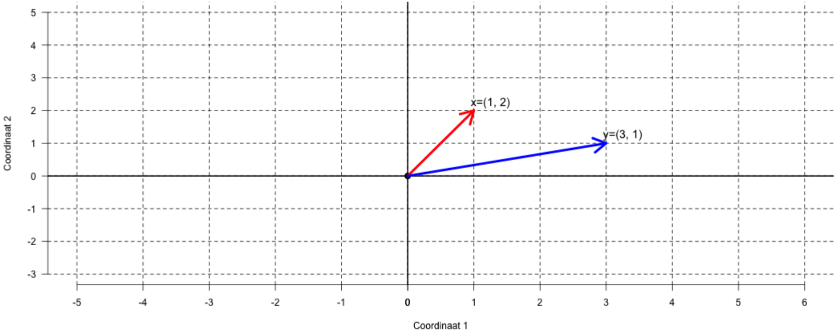


# Overview

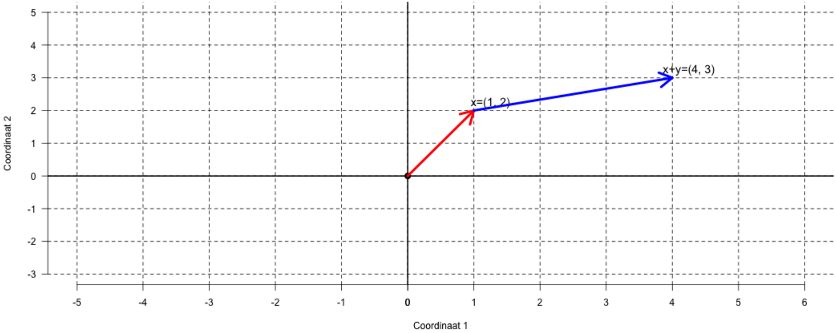
# Nulelement: Vectoren zijn pijltjes in het vlak



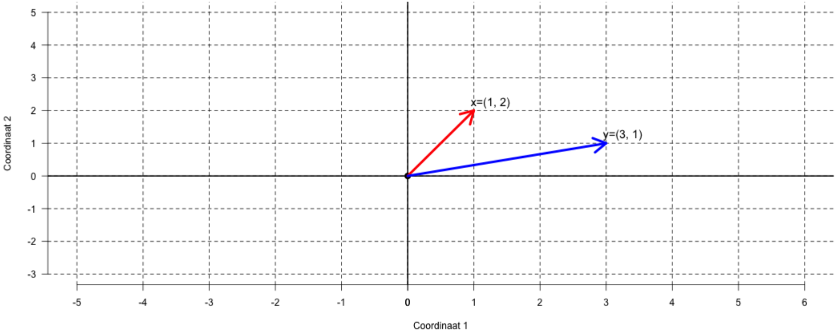
# Nulelement: Vectoren zijn pijltjes in het vlak



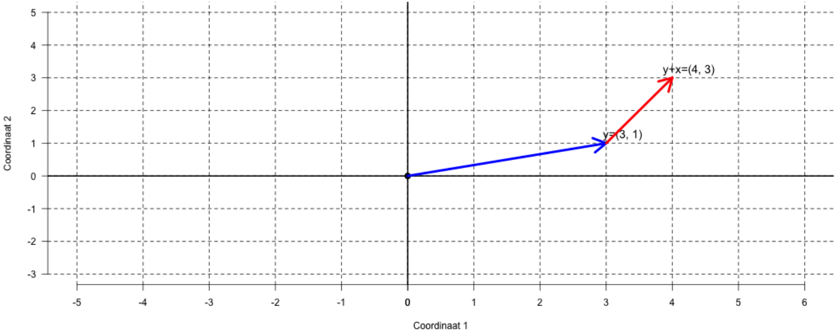
# Optellen : Pijltjes aan elkaar plakken $\vec{x} + \vec{y}$



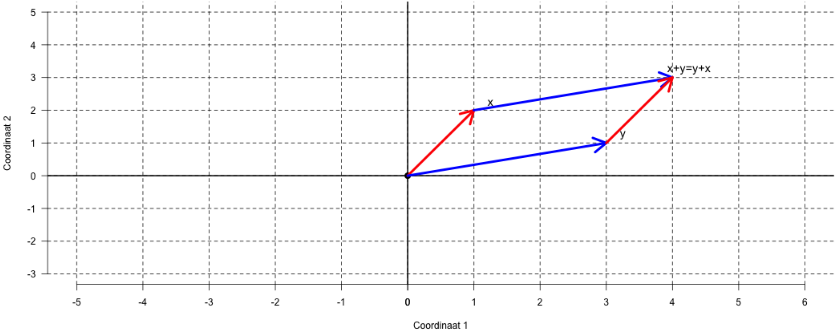
# Nulelement: Vectoren zijn pijltjes in het vlak



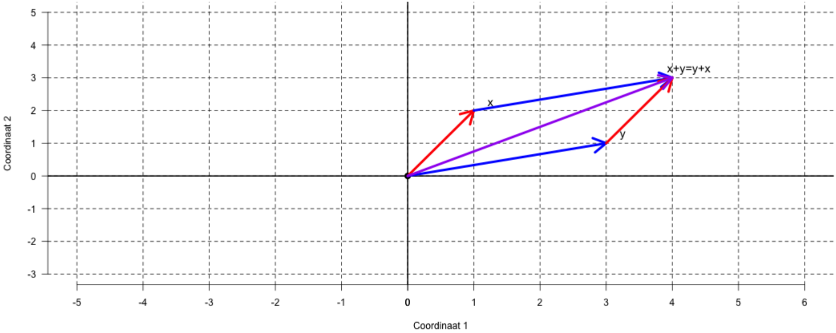
# Optellen : Pijltjes aan elkaar plakken $\vec{y} + \vec{x}$



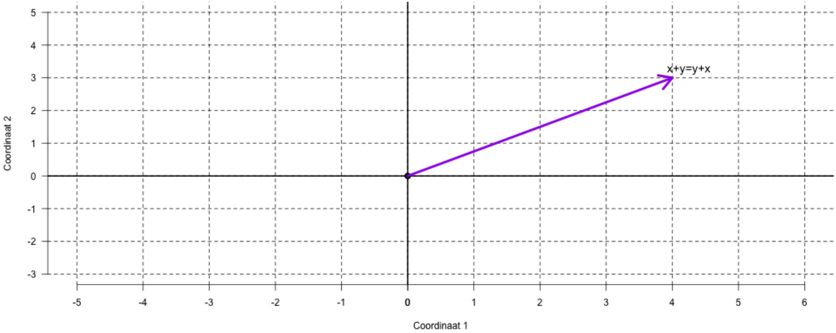
# Commutatief: Volgorde van optellen is irrelevant



# Commutatief: Volgorde van optellen is irrelevant

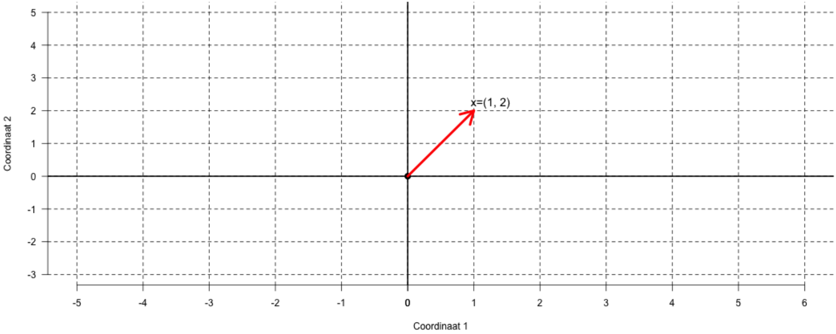


# Commutatief: Volgorde van optellen is irrelevant

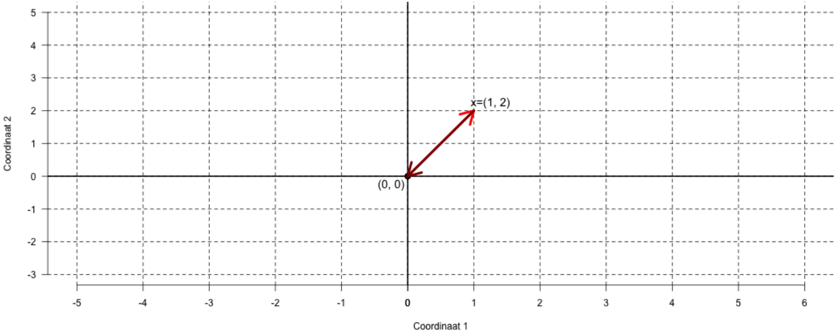


# Overview

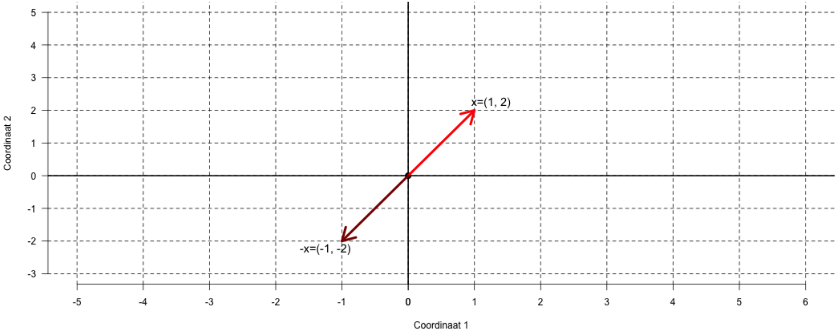
# Inverse: We definieren aftrekken als de inverse van optellen



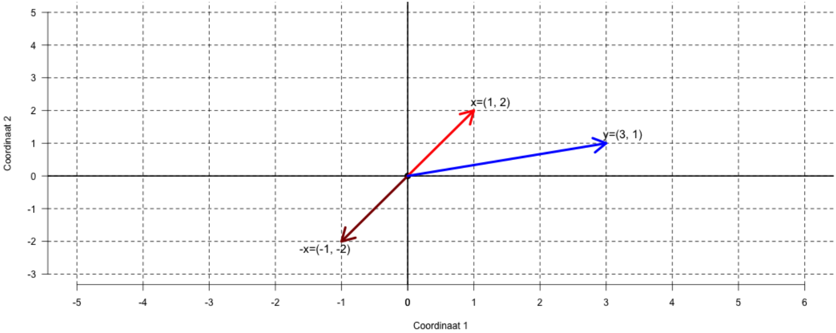
# Inverse: We definieren aftrekken als de inverse van optellen



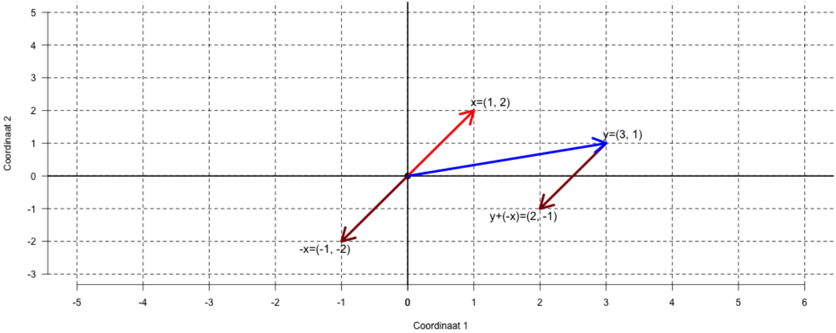
# Inverse: Als gevolg van deze definitie krijgen we $--\vec{x} = \vec{x}$



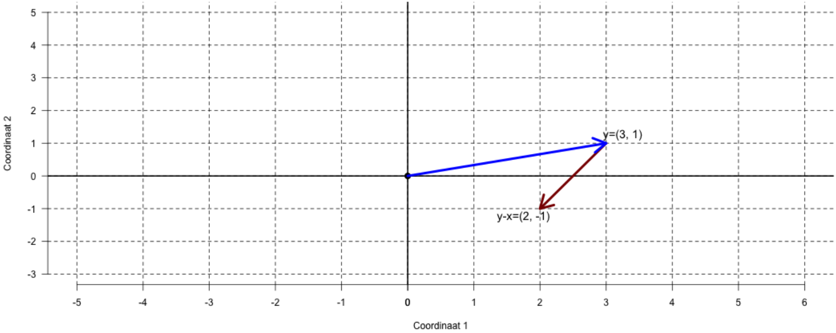
# Inverse: Dus $\vec{y} - \vec{x} = \vec{y} + (-\vec{x})$



# Inverse: Dus $\vec{y} - \vec{x} = \vec{y} + (-\vec{x})$

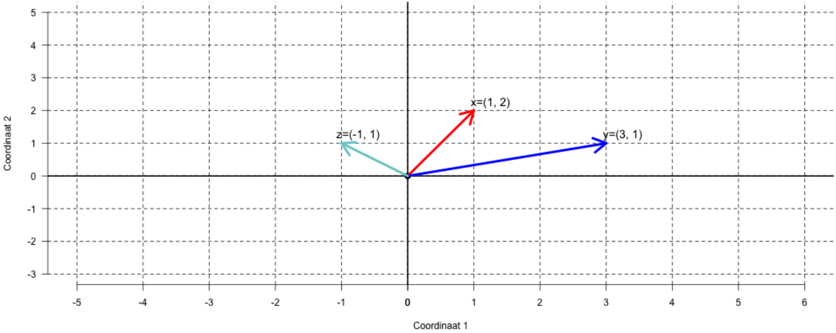


# Inverse: Dus $\vec{y} - \vec{x} = \vec{y} + (-\vec{x})$

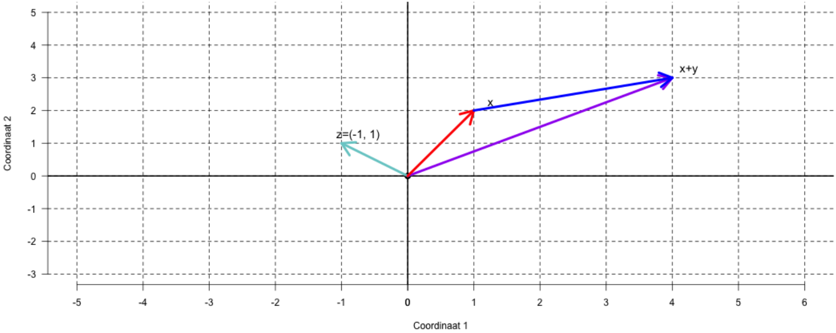


# Overview

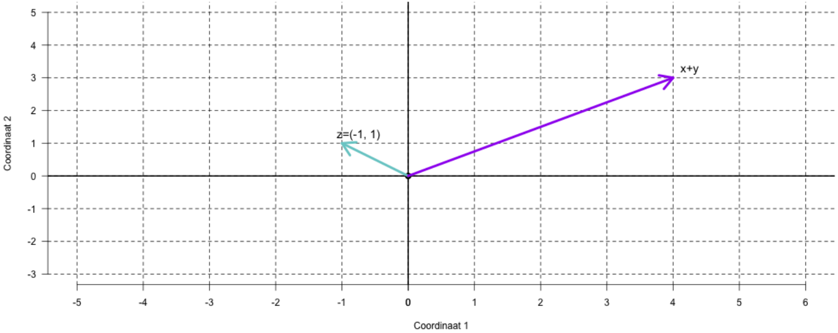
# Associatief: $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$



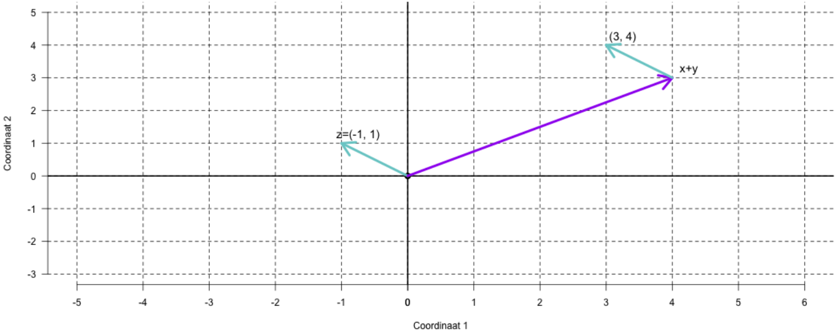
# Associatief: $\vec{x} + \vec{y}$ en $\vec{z}$



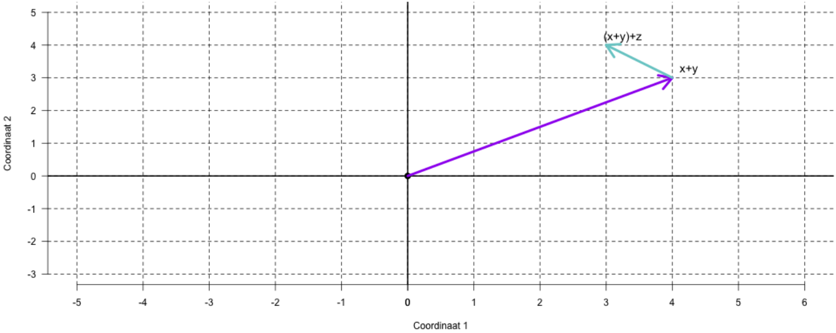
# Associatief: $\vec{x} + \vec{y}$ en $\vec{z}$



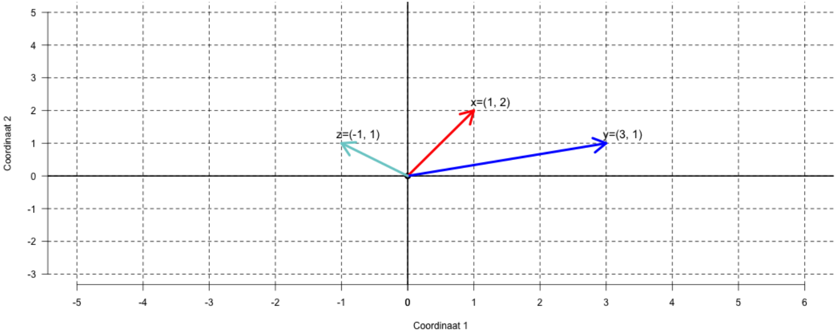
# Associatief: $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z}$



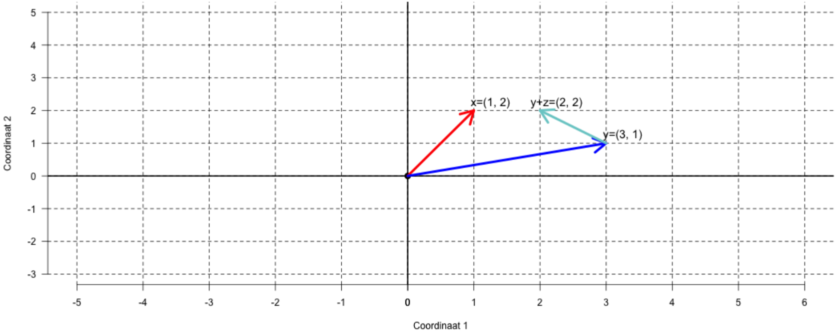
# Associatief: $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z}$



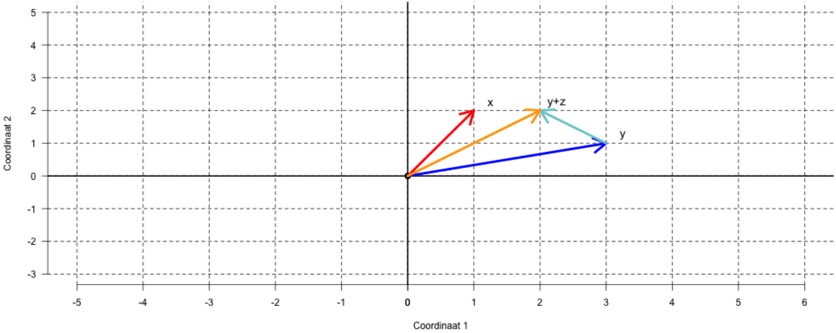
# Associatief: $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$



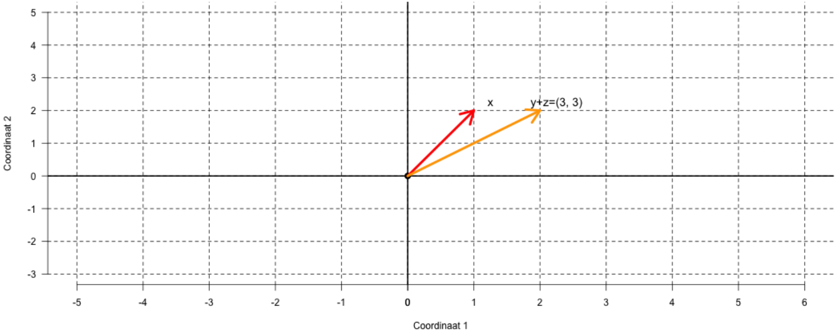
# Associatief: $\vec{x}$ en $(\vec{y} + \vec{z})$



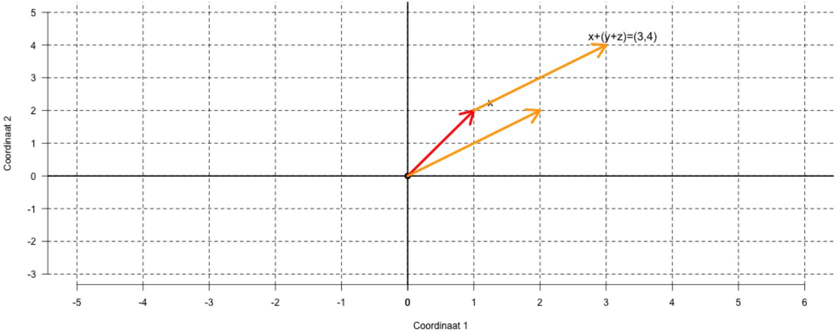
# Associatief: $\vec{x}$ en $(\vec{y} + \vec{z})$



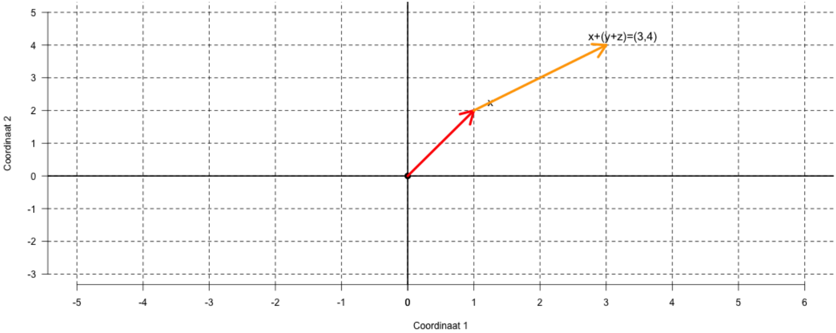
# Associatief: $\vec{x}$ en $(\vec{y} + \vec{z})$



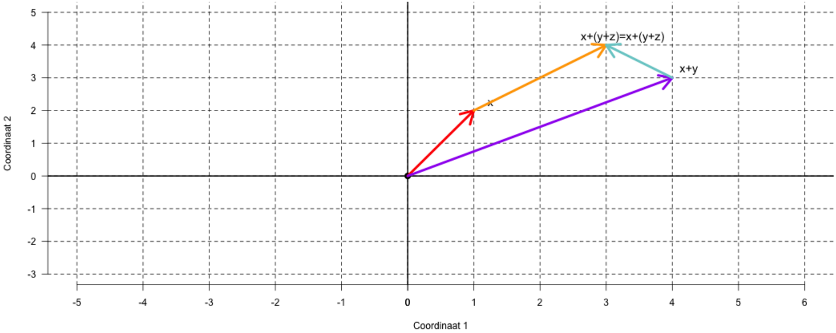
# Associatief: $\vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$



# Associatief: $\vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$

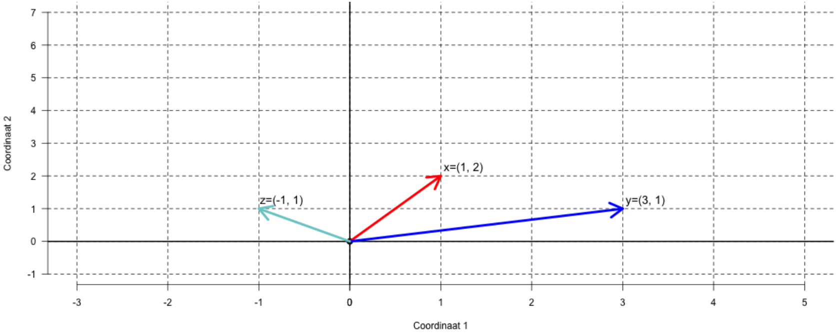


# Associatief: $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$

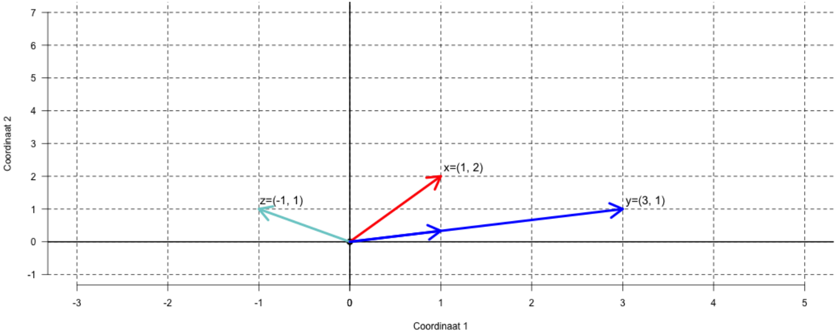


# Overview

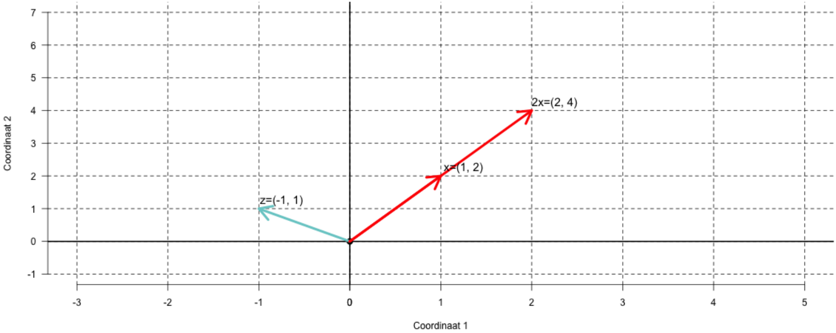
# Vectoren $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$



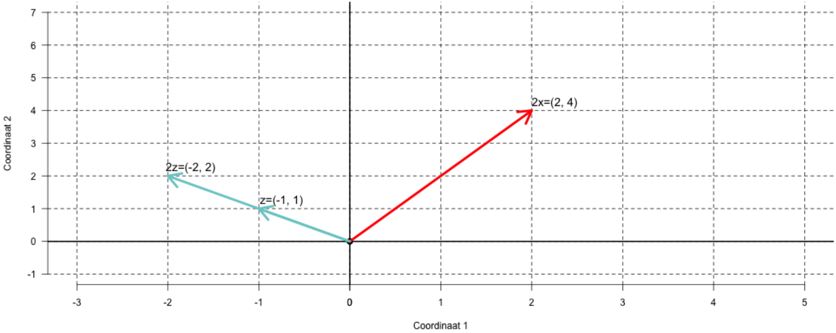
# Vector $\vec{y}$ opgeschaald met $\frac{1}{3}$



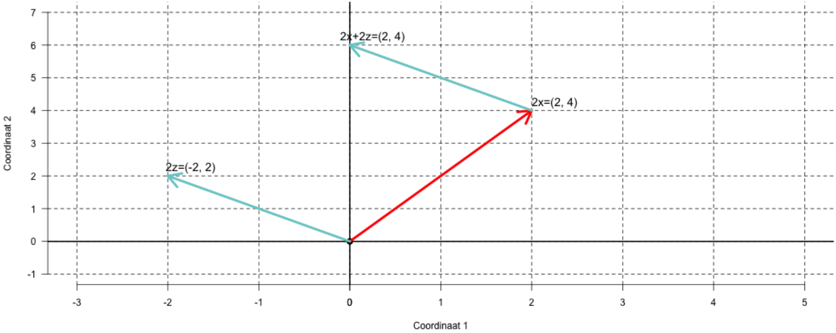
# Vector $\vec{x}$ opgeschaald met 2 , $2\vec{x}$



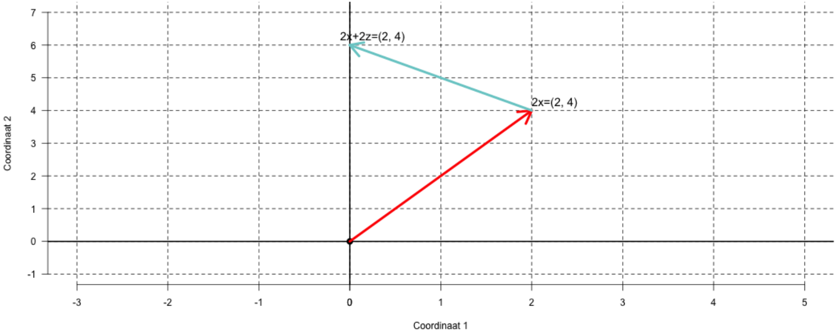
# Vector $\vec{z}$ opgeschaald met 2 , $2\vec{z}$



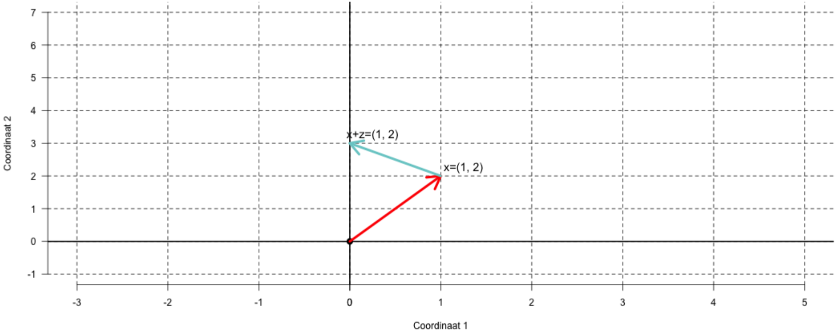
# Eerst herschalen dan plakken $2\vec{x} + 2\vec{z}$



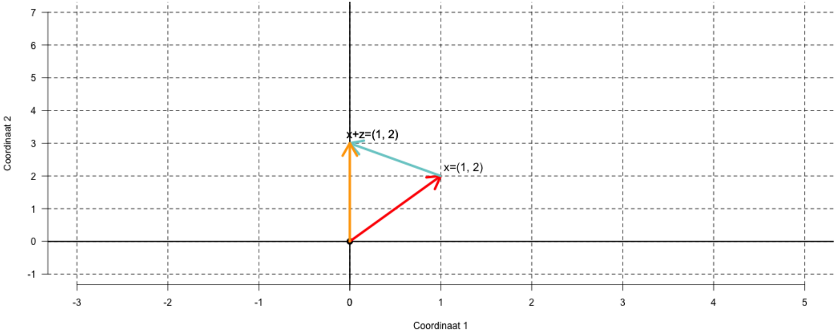
# Eerst herschalen dan plakken $2\vec{x} + 2\vec{z}$



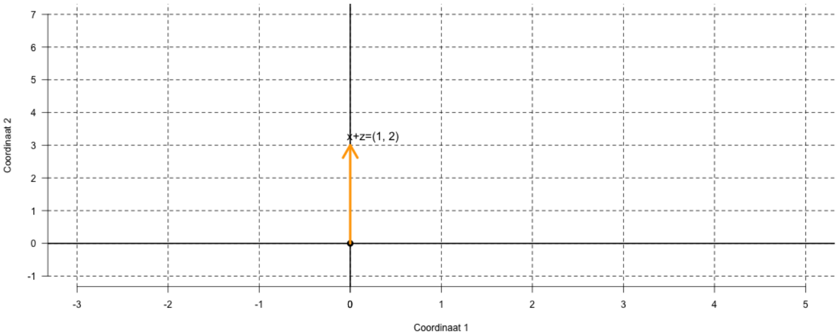
# Vectoren $\vec{x}, \vec{z}$



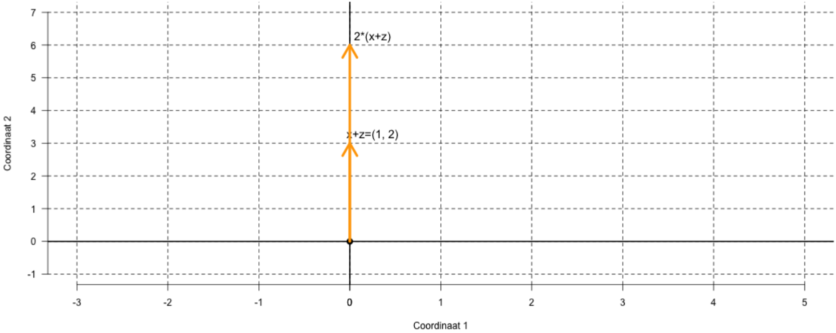
# Vectoren $\vec{x} + \vec{z}$



# Vectoren $\vec{x} + \vec{z}$



# Vectoren $2(\vec{x} + \vec{z})$



# Vectoren $2(\vec{x} + \vec{z}) = 2\vec{x} + 2\vec{z}$